Examen de Álgebra

1. Resuelve la ecuación: $\frac{2x-4}{x^2-2x}-\frac{5}{3x+6}=\frac{4}{x^2-4}$ **1.5 puntos**

2. Resuelve las siguientes inecuaciones: **2 puntos**

   a) $\frac{x^2}{x+3}\le 3$ b) $|2x-3|\le 5$

3. Resuelve las ecuaciones: **2puntos**

   a) $2^{X-1}-4^{X+1}=0$ b) $\log_{(2x+1)} 49=2$

4. Resuelve el sistema: $\begin{cases}\log x-\log 5=3\log 5\\ \log x^3-\log y^2=\log 2^4\end{cases}$ **2 puntos**

5 Resuelve la ecuación: $\sqrt{2x+3}-\sqrt{x-2}=2$ **1.5 puntos**

Soluciones

1) $\dfrac{2x-4}{x^2-2x}-\dfrac{5}{3x+6}=\dfrac{4}{x^2-4}$

$x^2-2x=x(x-2);\quad 3x+6=3(x+2);\quad x^2-4=(x+2)(x-2)$

m.c.m.:3x(x+2)(x-2)

$$\frac{2x-4}{3x(x+2)(x-2)}-\frac{5}{3x(x+2)(x-2)}=\frac{4}{3x(x-2)(x+2)}$$

$$\frac{(2x-4)3(x+2)}{3x(x+2)(x-2)}-\frac{5x(x-2)}{3x(x+2)(x-2)}=\frac{12x}{3x(x-2)(x+2)}\rightarrow 6x^2-24-5x^2+10x=12x\rightarrow$$

$\rightarrow x^2-2x-24=0\rightarrow x=6; x=-4$ Al comprobarlas, vemos que las dos soluciones son válidas.

2) $\dfrac{x^2}{x+3}\leq 3\rightarrow\dfrac{x^2}{x+3}-3\leq 0\rightarrow\dfrac{x^2-3x-9}{x+3}\leq 0$. Veamos los valores que anulan el

numerador y el denominador. $x^2-3x-9=0\rightarrow x=\dfrac{3+\sqrt{45}}{2}\approx 4{,}85$ $x=\dfrac{3-\sqrt{45}}{2}\approx -1{,}8$

$$x+3=0\rightarrow x=-3$$

Probamos el signo de $\dfrac{x^2-3x-9}{x+3}$ en los intervalos de signo constante:

$$(-\infty,-3),\left(\frac{3-\sqrt{45}}{2},\frac{3+\sqrt{45}}{2}\right),\left(\frac{3+\sqrt{45}}{2},+\infty\right)$$

La solución es:

$$(-\infty,-3)\cup\left[\frac{3-\sqrt{45}}{2},\frac{3+\sqrt{45}}{2}\right]$$

3) a) $2^{x-1}-4^{x+1}=0\ \Rightarrow$

$2^{x-1}=2^{2(x+1)}\Rightarrow x-1=2(x+1)\rightarrow x-1=2x+2\rightarrow -x=3\rightarrow x=-3$

b) $\log_{(2x+1)}49=2\Rightarrow(2x+1)^2=49\rightarrow$

$\rightarrow 4x^2+4x+1=49\rightarrow 4x^2+4x-48=0\rightarrow x^2+x-12=0\ \ \rightarrow x=-4\,; x=3$

Solo es válida la solución 3, pues –4 hace que la base del logaritmo sea –7, y eso no es posible.

4)

$$\begin{cases} \log x - \log 5 = 3\log 5 \\ \log x^3 - \log y^2 = \log 2^4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \log \frac{x}{5} = \log 5^3 \\ \log \frac{x^3}{y^2} = \log 2^4 \end{cases} \rightarrow \rightarrow \begin{cases} \frac{x}{5} = 5^3 \\ \frac{x^3}{y^2} = 2^4 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 5^4 \\ \frac{(5^4)^3}{y^2} = 2^4 \rightarrow 5^{12} = y^2 2^4 \rightarrow y = \sqrt{\frac{5^{12}}{2^4}} = \left\langle \begin{matrix} +\frac{5^6}{2^2} \\ -\frac{5^6}{2^2} \end{matrix} \right. \end{cases}$$

Las soluciones del sistema son: $\begin{cases} x = 5^4 ; = \frac{5^6}{2^2} \\ x = 5^4 ; y = -\frac{5^6}{2^2} \end{cases}$ Al comprobarlas observamos que ambas soluciones son válidas.

5) $\sqrt{2x+3} - \sqrt{x-2} = 2 \rightarrow \sqrt{2x+3} = \sqrt{x-2} + 2 \rightarrow (\sqrt{2x+3})^2 = (\sqrt{x-2} + 2)^2 \rightarrow$
$2x+3 = x - 2 + 4 + 4\sqrt{x-2} \rightarrow x+1 = 4\sqrt{x-2} \rightarrow (x+1)^2 = (4\sqrt{x-2})^2 \rightarrow$
$x^2 + 1 + 2x = 16(x-2) \rightarrow x^2 - 14x + 33 = 0 \rightarrow x = 11; x = 3$
Comprobamos y vemos que ambas soluciones, son válidas.