EXAMEN DE MATEMÁTICAS – 3º E.S.O. – SEPTIEMBRE 2011

1) Opera y simplifica: $\dfrac{\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{3}\cdot\left(\dfrac{5}{4}-1\right)}{\left(1-\dfrac{1}{2}\right)^2}$

2) Reduce la siguiente expresión haciendo uso de las propiedades de las potencias:

$$\frac{2^8\cdot 4^3\cdot\left(2^{-1}\cdot 3^2\right)^2}{6^2\cdot\dfrac{1}{2}}$$

3) Opera, dejando el resultado en notación científica:

(a) $2{,}5\cdot 10^4+1{,}2\cdot 10^6$ (b) $\dfrac{4{,}2\cdot 10^3+1{,}6\cdot 10^2}{2\cdot 10^5}$

4) Resuelve la ecuación: $(x-2)^2-2\cdot(3x-1)=2\cdot(3-4x)$

5) Resuelve la ecuación: $\dfrac{(x+1)^2}{4}-\dfrac{1+2x}{2}=\dfrac{1}{2}$

6) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{x-1}{2}-\dfrac{1-y}{4}=\dfrac{1}{4}\\[2ex]\dfrac{2x+3}{5}-\dfrac{y-2}{6}=1\end{array}\right\}$$

7) De una sucesión aritmética se sabe que $a_3=\dfrac{7}{6}$ y $a_6=\dfrac{8}{3}$. Calcula la diferencia y la suma de los diez primeros términos.

8) Halla la ecuación de la recta paralela a $r: y=2x+1$ que pasa por el punto $(1,6)$. Representa gráficamente ambas rectas en un mismo sistema de ejes coordenados.

9) Averigua las longitudes de los lados de un rectángulo de 195m^2 de área, si la base es 2 metros más larga que la altura.

10) Calcula el área lateral, el área total y el volumen de una pirámide recta de base cuadrada, sabiendo que la arista de la base mide 6cm y la altura 4cm.

PUNTUACIÓN: 1 PUNTO CADA EJERCICIO
RECUERDA: En cada ejercicio escribe TODOS los paso seguidos para obtener la solución.

SOLUCIÓN

1) Opera y simplifica:

$$\frac{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{5}{4}-1\right)}{\left(1-\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}}{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{6}}{\frac{1}{4}}=\frac{\frac{3+1}{6}}{\frac{1}{4}}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{4}}=\frac{2}{3}\div\frac{1}{4}=\frac{8}{3}$$

2) Reduce la siguiente expresión haciendo uso de las propiedades de las potencias:

$$\frac{2^8\cdot 4^3\cdot\left(2^{-1}\cdot 3^2\right)^2}{6^2\cdot\frac{1}{2}}=\frac{2^8\cdot\left(2^2\right)^3\cdot 2^{-2}\cdot 3^4}{(2\cdot 3)^2\cdot 2^{-1}}=\frac{2^8\cdot 2^6\cdot 2^{-2}\cdot 3^4}{2^2\cdot 3^2\cdot 2^{-1}}=\frac{2^{12}\cdot 3^4}{2\cdot 3^2}=2^{11}\cdot 3^2$$

3) Opera, dejando el resultado en notación científica:

(a) $2{,}5\cdot 10^4+1{,}2\cdot 10^6=2{,}5\cdot 10^4+120\cdot 10^4=122{,}5\cdot 10^4=1{,}225\cdot 10^6$

(b) $\dfrac{4{,}2\cdot 10^3+1{,}6\cdot 10^2}{2\cdot 10^5}=\dfrac{42\cdot 10^2+1{,}6\cdot 10^2}{2\cdot 10^5}=\dfrac{43{,}6\cdot 10^2}{2\cdot 10^5}=21{,}8\cdot 10^{-3}=2{,}18\cdot 10^{-2}$

4) Resuelve la ecuación: $(x-2)^2-2\cdot(3x-1)=2\cdot(3-4x)$

$$x^2-4x+4-6x+2=6-8x\rightarrow x^2-2x=0\rightarrow x(x-2)=0\Rightarrow x=\left\langle\begin{matrix}0\\2\end{matrix}\right.$$

5) Resuelve la ecuación: $\dfrac{(x+1)^2}{4}-\dfrac{1+2x}{2}=\dfrac{1}{2}$

$$\frac{x^2+2x+1}{4}-\frac{1+2x}{2}=\frac{1}{2}\rightarrow\frac{x^2+2x+1}{4}-\frac{2+4x}{4}=\frac{2}{4}$$

$$x^2+2x+1-2-4x=2\rightarrow x^2-2x-3=0\rightarrow x=\frac{2\pm\sqrt{16}}{2}=\left\langle\begin{matrix}3\\-1\end{matrix}\right.$$

6) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones: $\left.\begin{matrix}\dfrac{x-1}{2}-\dfrac{1-y}{4}=\dfrac{1}{4}\\ \dfrac{2x+3}{5}-\dfrac{y-2}{6}=1\end{matrix}\right\}$

$$\left.\begin{matrix}\dfrac{2x-2}{4}-\dfrac{1-y}{4}=\dfrac{1}{4}\\ \dfrac{12x+18}{30}-\dfrac{5y-10}{30}=\dfrac{30}{30}\end{matrix}\right\}\rightarrow\left.\begin{matrix}2x-2-1+y=1\\12x+18-5y+10=30\end{matrix}\right\}\rightarrow\left.\begin{matrix}2x+y=4\\12x-5y=2\end{matrix}\right\}$$

Por sustitución: $y=4-2x\Rightarrow 12x-5(4-2x)=2\Rightarrow 12x-20+10x=2\Rightarrow 22x=22$

$x=1\rightarrow y=4-2x=4-2=2$ Solución x = 1; y = 2

7) De una sucesión aritmética se sabe que $a_3=\dfrac{7}{6}$ y $a_6=\dfrac{8}{3}$. Calcula la diferencia y la suma de los diez primeros términos.

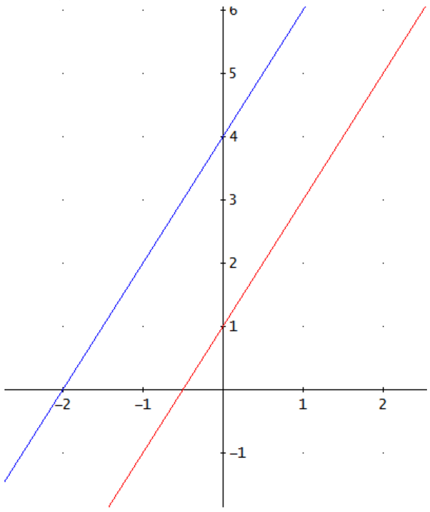
$$a_6 = a_3 + 3d \to \frac{8}{3} = \frac{7}{6} + 3d \Rightarrow 3d = \frac{8}{3} - \frac{7}{6} = \frac{16}{6} - \frac{7}{6} = \frac{9}{6} \to d = \frac{9}{6} \div 3 = \frac{1}{2}$$

$$a_3 = a_1 + 2d \to a_1 = \frac{7}{6} - 2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{6} - 1 = \frac{1}{6}; \quad a_{10} = a_1 + 9d = \frac{1}{6} + \frac{9}{2} = \frac{14}{3}$$

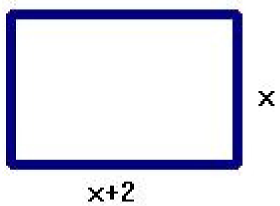
$$S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10}) \cdot 10}{2} = \left(\frac{1}{6} + \frac{14}{3}\right) \cdot 5 = \frac{29}{6} \cdot 5 = \frac{145}{6}$$

8) Halla la ecuación de la recta paralela a $r: y = 2x + 1$ que pasa por el punto $(1,6)$. Representa gráficamente ambas rectas en un mismo sistema de ejes coordenados.
Si es paralela tiene la misma pendiente, que es m = 2, aplicamos la ecuación punto-pendiente: $y - 6 = 2(x - 1) \to y = 2x - 2 + 6 \to y = 2x + 4$

Gráficamente:



9) Averigua las longitudes de los lados de un rectángulo de 195m^2 de área, si la base es 2 metros más larga que la altura.



$$(x + 2)x = 195 \to x^2 + 2x = 195 \to x^2 + 2x - 195 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 780}}{2} = \frac{-2 \pm 28}{2} = \left\langle \begin{array}{l} 13 \\ -15 \end{array} \right.$$

El cuadrado tiene 13 m de altura y 15m de base

10) Calcula el área lateral, el área total y el volumen de una pirámide recta de base cuadrada, sabiendo que la arista de la base mide 6cm y la altura 4cm.
Hallamos primero la altura de cada cara (triángulo), por Pitágoras:

$$h^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow h = 5cm \; A_L = 4 \cdot \frac{b \cdot h}{2} = 2 \cdot 6 \cdot 5 = 60cm^2$$

$$A_T = A_L + A_B = 60 + 6^2 = 96cm^2$$

$$V = \frac{1}{3} A_B \cdot h = \frac{1}{3} 6^2 \cdot 4 = 48cm^3$$